FORSÖG TIL EN THEORIE

AF

KRUMTAPPEN

OG

EN FORBEDRING SOM DERVED KAN ANBRINGES;

VED

H. KRAMER,

VANDBYGNINGS - INSPECTEUR UDI NORGE OG KAPITAIN I DET DANSKE LIV - REGIMENT TIL FODS.

Det nærværende Forsög er bleven til i Anledning af en Undersögelse over Saugmöller, hvormed jeg har sysselsat mig i en Deel af mine Fritimer. Disse Maskiner udgiöre en saa vigtig Green af den norske National-Industrie, at jeg skulde troe at have giort noget nyttigt, dersom det kunde lykkes mig at fremsætte en fyldestgiörende, med Erfaringen quadrerende Theorie deraf, og jeg har derfor underkastet de enkelte Dele af hine Maskiner en saa nöiagtig Undersögelse, som jeg formaaer. Krumtappen, hvorved de fleste, og her i Landet, alle Sauger drives, har deriblandt været af de vigtigste, da den rigtige Bestemmelse af dens Virkning indflyder væsentlig paa Maskinens Bedömmelse, og jeg derved ikke fandt noget Forarbeide, som syntes mig tilstrækkeligt. Thi, endskiöndt dette Instrument hörer til de ældste Opfindelser i det nyere Maskinerie, og det har, med Ret, fundet en særdeles hyppig Anvendelse; saa er det mig dog ikke bekiendt, at nogen for *Belidor* har giort sig den Umage, at undersöge dens Virkning: thi hvad *Leupold* siger derom i sit *Theatr. machin. gener.* fortiener neppe at kaldes en

Undersögelse. Men endog *Belidor* har indskrænket sig paa en omtrentlig Bestemmelse af det Forhold, som bör finde Sted ved Krumtappen imellem Kraft og Last, og alle fölgende Skribenter have slet og ret antaget hans Forskrift. Blot den berömte *Langsdorf*, som paa saa mange Maader har giort sig særdeles fortient af Maskinvæsenet, har selv overtænkt den Ting, og, (man kunde ikke vente mindre af hans fortrinlige Sagacitet), nöiagtig bestemt det Forhold, som *Belidor* angav saa omtrentlig, og denne Bestemmelse var saa vigtig for Maskinvæsenet, at han bekiendtgiorde den i et eget lidet Skrift, hvis fulde Titel er: "*Theorie des Krumzapfens, eine der wichtigsten für die praktische Maschinenlehre — ein bisher noch nicht aufgelöstes Problem, in aller Schärfe erwiesen von K. C. Langsdorf*. 1803. I dette Skrift sögde jeg da ogsaa en Bestemmelse af den Hastighed, som meddeles Modstanden, der er forbunden med en Krumtap; og da jeg ikke fandt den, saa blev jeg nödt til at söge selv et Udtryk derfor, thi dette behövede jeg for at angive den Modstand, som Saugen antræffer i Træet. At finde dette, troer jeg at have været heldig nok, og deraf at bestemme hvad ellers indflyder paa en Maskines hensigtsmæssige Anordning, eller rigtige Bedömmelse, var neppe mere, end at fremsætte Consequentser af beviste Præmisser. Saaledes blev Arbeidet större end jeg selv formodede, og nu finder jeg, at det er for langt til at være, hvad det egentlig er bestemt til, et Hielpemiddel til Theorien af Saugmöller, som jeg önsker mig Tilladelse, engang at maatte fremlægge. Af denne Aarsag giver jeg mig den Ære, at indsende dette Forsög særskilt: jeg tör kalde det aldeles eget Arbeide; thi jeg fandt ingen Vei at fölge: jeg tör ogsaa sige, at det indeholder Nyt: — men Godt: — det tör jeg neppe haabe at det maa befindes. Problemet er i sig selv ikke uden Vanskeligheder: Bevægelsen temmelig indviklet og gandske egen: og naar disse Omstændigheder sættes ved Siden af min ringe Ævne, saa ligger deri Grund nok til at frygte, at have snublet mere end een Gang.

Den Forbedring, som jeg har vovet at foreslaae, har derimod mangfoldige Forarbeidere. *Morland — elevation des eaux — Ramelli — Schatzkammer mechanischer Künste* — og andre, have været frugtbare i Opfindelser til fuldkomnere Krumtapper. Jeg har ikke indladt mig i nogen Bedömmelse af disse Angivelser: de fleste deraf have allerede længe fundet Plads i *Bechers närrische Weisheit.* Alt hvad jeg önsker for mit Forslag, er, at det ei maae optages i en tilkommende *Bechers*, "*weiser Narrheit*".

Naar en Last, eller en Modstand er sat i Forbindelse med en bevægende Kraft formedelst en Krumtap, saa meddeles Modstanden en Bevægelse, som er forskiellig i Krumtappens forskiellige Stillinger, deels fordi Modstandens statiske Moment forandrer sig i Forhold til disse Stillinger, deels fordi Modstandens sande Hastighed ikke paa alle Steder er i et uforanderligt Forhold til Krumtappens Vinkel-Hastighed. Dersom Modstanden selv desuden er af den Beskaffenhed, at den forandrer sig med den Hastighed, hvormed den bevæges, saa bliver dette en ny Aarsag til Bevægelsens Foranderlighed, som endnu modtager en anden Modification, dersom ogsaa den bevægende Kraft er en Function af Hastigheden, saaledes som det f. Ex. er Tilfældet ved Vandhiul, for saavidt de bevæges ved Vandets Stöd,

Alle disse Omstændigheder kunne give Modstanden en Bevægelse, hvis Forandringer ei saa strax lade sig oversee, og jeg söger derfor at bestemme dens enkelte Momenter for sig, af hvis Samling da maaskee den hele Foranderlighed vil fremkomme.

1.

Lad Punkten M, Fig. 1. solliciteres af Kræfter, hvorved den beskriver Linier AMF, og lad den paa denne Maade være kommen til R. (Det er her nemlig ikke nödvendigt, at angive Kræfternes videre Beskaffenhed, eller at bringe Kræfternes Middelpunct med i Betragtning, hvilket ikkun vilde forvolde et overflödigt Arbeide.) Lad denne Bevægelse retarderes ved en Kraft $= R$, hvis Masse $= Q$, saaledes, at baade R og Q ere Functioner af Applicaten QR, saa er M's Hastighed i $r =$

$$\int udu = Const: - \frac{2.gA}{B} \int \frac{(\alpha c + QR^n)^m}{(\beta c + QR^d)^q} ds$$

dersom $A. (\alpha c + QR^n)^m = R$, $B. (\beta c + QR^d)^q = Q$, og naar desuden Applicaten $QR = y$; den tilhörende Abscisse $= x$; saa haves

$$\int udu = Const: - \frac{2gA}{B} \int \frac{(\alpha c + y^n)^m}{(\beta c + y^d)^q} . \sqrt{(dy^2 + dx^2)}$$

Tilföier man endnu, at M skal være kommet til det Sted F, i den Tid $= t$; saa kan man undersöge, af hvad Natur Curven maatte være, naar det forlangte skal kunne skee i den givne eller i den muеligst korteste Tid. Men dette interessante Spörgsmaal er her ikke anvendeligt, hvor Curven er given, eller i det mindste indsluttet inden meget snævre Grændser, og jeg forlader det her strax for at komme til det, hvoraf jeg venter mig nogen Oplysning for min Gienstand.

Derfor sætter jeg, $e = m = q = 1$; $\alpha = -PM = -\mathfrak{y}$; $\beta = o$; $n = 1$; $d = -2$; og da svarer Problemet, om ellers Curven er given, til den Forudsætning at en Modstand sættes i Bevægelse formedelst en Krumtap. Man har i dette Tilfælde

$$\int udu = Conts: -\frac{2g.A}{B}\int (y-\mathfrak{y})\,y^2\,ds$$

For at integrere, udtrykker jeg ds saaledes, at Coordinaterne regnes fra Middelpuncten C, og sætter Rad $AC = 1$. I dette Tilfælde maa den hele $\int$ foröges med Rad $AC = \varrho$ i en saadan Værdighed, hvori den vilde findes, dersom alle Linier vare dermed multiplicerede: dette er her ϱ^4. Sætter man da $CQ = x$

saa er $y^2 = (1 - x_2)$; $ds = \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}}$

$$\int (y-\mathfrak{y})\,y^2\,ds = \int ((1-x^2) - \mathfrak{y}\sqrt{(1-x^2)})\,dx$$

Kald nu Buen $NR = z$; saa er $x = \text{sin.}\,Z$, og

$-\int ((1-x^2) - \mathfrak{y}\sqrt{(1-x^2)})\,dx = X - \frac{1}{3}x^3 - \mathfrak{y}\,(\frac{1}{2}\,\text{Arc.}\,Z + \frac{1}{4}\,\text{sin.}\,2\,Z)$

fölgelig

$$u^2 = Const: + \frac{4\,g\,\varrho^4\,A}{B}\left(x - \frac{1}{3}x^3 - \mathfrak{y}(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,Z + \tfrac{1}{4}\,\text{sin.}\,2\,Z)\right)$$

Sæt $AP = r$; $NM = \alpha$, og at $u = s$, naar $x = (1 - r)$, saa er

$$Const: = S^2 - \frac{4\,g\varrho^4\,A}{B}\left((1-r) - \tfrac{1}{3}((1-r)^3 - \mathfrak{y}(\tfrac{1}{2}\alpha + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha)\right)$$

$$\text{og } u^2 = S^2 - \frac{4\,g\varrho^4\,A}{B}\Bigl((1-r) - x - \tfrac{1}{3}\,((1-r)^3 - x^3))$$

$$- \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,(\alpha - Z) + \tfrac{1}{4}\,(\sin.\,2\,\alpha - \sin.\,2\,Z)\Bigr)$$

tages nu $x = o = Z$; saa er $(1 - r) = \sin.\,\alpha$, og Hastigheden i N', $= u = s^2 - \mathfrak{D}\,(\sin.\,\alpha - \tfrac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha))$

Naar M er kommet til N og sammesteds har den Hastighed $= u$, og nu fremdeles fortsætter Bevægelsen igiennem den anden Quadrant NOB efter den samme Lov; da er det klart, at Hastigheden vil være aftagende fra N til O, hvor $DO = PM$, paa samme Maade, som fra M til N, eller at NO vil giennemlöbes efter samme Lov som NM, *d. e.* omvendt som MN. Det forhen fundne Udtryk tiener da ogsaa at angive Hastigheden i den Bue NO, naar man kun her tager x, Z; med de modsatte Tegn. Saaledes er Hastigheden fra N imod $O =$

$$c^2 = s^2 - \mathfrak{D}\Bigl(\sin.\,\alpha + \sin.\,Z - \tfrac{1}{3}\,(\sin.\,\alpha^3 + \sin.\,Z^3) -$$

$$\mathfrak{y}(\tfrac{1}{2}\,(\alpha + Z) + \tfrac{1}{4}\,(\sin.\,2\,\alpha + \sin.\,2\,Z))\Bigr)$$

og naar $Z = \alpha$, Hastigheden i $O =$

$$c^2 = s^2 - 2\,\mathfrak{D}\,(\sin.\,\alpha - \tfrac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha))$$

Denne Hastighed er da endnu tilovers naar *M* kommer til *O*. Lad Bevægelsen nu videre fortsættes, men saaledes, at Retardationen forandres til en Acceleration, dog efter den samme Lov, som hidtil bestemte Bevægelsen; saa seer man lettelig, at Hastigheden bestemmes paa de forskiellige Steder i Buen *OBQ* ved den samme Æquation, som udtrykker den paa Veien fra *M* til *N*. Thi Acceleration og Retardation ere kun i Retning forskiellige, og deres Udtryk fölgelig kun i Tegnene.

Kaldes derfor Buen $BO = \mathfrak{z}$; saa er Hastigheden i *B*

$$= v^2 = c^2 + \mathfrak{D}\,(\sin.\,\mathfrak{z} - \tfrac{1}{3}\sin.\,\mathfrak{z}^3 - \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\mathfrak{z}))$$

$$= s^2 - \mathfrak{D}\left(\begin{array}{l} 2\,(\sin.\,\alpha - \tfrac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha)) \\ -\sin.\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{3}\sin.\,\mathfrak{z}^3 + \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\mathfrak{z}) \end{array}\right)$$

Og da fremdeles Bevægelsen fra *B* til *Q* skeer paa samme Maade som fra *O* til *B*; saa seer man, at Hastigheden i *Q* er

$$= w^2 = s^2 - 2\,\mathfrak{D}\left(\begin{array}{l} \sin.\,\alpha - \tfrac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\alpha) \\ -\sin.\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{3}\sin.\,\mathfrak{z}^3 + \mathfrak{y}(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\mathfrak{z}) \end{array}\right)$$

Det er vel tydeligt, at den anden Halvkreds giennemlöbes paa samme Maade, naar Bevægelsens Lov bliver den samme, og at fölgelig Hastigheden i *M*, efter et heelt Omlöb er

$$= g^2 = s^2 - 4\,\mathfrak{D}\left(\begin{array}{l} \sin.\,\alpha - \tfrac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha) \\ -\sin.\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{3}\sin.\,\mathfrak{z}^3 + \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\mathfrak{z} + \tfrac{1}{4}\sin.\,2\,\mathfrak{z}) \end{array}\right)$$

Ikke heller troer jeg at maatte opholde mig med Constructionen af Hastighedernes Scale, som ikke synes at kunne have nogen Nytte. Denne Scale har for Resten Liighed med *Taylors* Vibrations-Linie, naar man tager Abscisserne paa en Curve, som er enten concav, eller Convex imod Vibrationerne, eftersom α eller $\mathfrak{z}$ er störst.

2.

Nyttigere er det vel især for Practiken, at bestemme hvad Værdie α eller $\mathfrak{z}$ bör have, naar Bevægelsen skal være uniform.

Denne Fordring er aldeles ikke at opfylde i den strenge Forstand, hvori uniforme Bevægelser sædvanlig tages i Mechaniken. Men en periodisk uniform Bevægelse kan Krumtappen dog antage, naar nemlig Indretningen kan giöres saaledes, at Hastigheden i M er altid den samme efter ethvert Omlöb.

Skal nu Hastigheden i M stedse være $= s$; saa maae være

$$4\,\mathfrak{D}\begin{pmatrix} \sin.\,\alpha - \frac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\frac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \frac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha) \\ -\sin.\,\mathfrak{z} + \frac{1}{3}\sin.\,\mathfrak{z}^3 + \mathfrak{y}\,(\frac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\mathfrak{z} + {}^{1}\sin.\,2\,\mathfrak{z}) \end{pmatrix} = 0$$

eller $\sin.\,\alpha - \frac{1}{3}\sin.\,\alpha^3 - \mathfrak{y}\,(\frac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \frac{1}{4}\sin.\,2\,\alpha)$.

$= \sin,\,\mathfrak{z} - \frac{1}{3}\sin.\,\mathfrak{z}^3 - \mathfrak{y}\,(\frac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\mathfrak{z} + \frac{1}{4}\sin.\,2\,\mathfrak{z})$

hvoraf fölger, at maatte være: $\sin.\,\alpha = \sin.\,\mathfrak{z}$, eller, da $\mathfrak{z} = (1 - \alpha)$, naar man sætter Quadranten $= 1$;

$\sin.\,\alpha = \text{Cosin.}\,\alpha$.

Belidor, som undersöger denne Materie i sin *Architecture hydraulique* T. 1. §. 105 S. finder ved at betragte Sværpunkten af en Halvkreds, Cosin. $\alpha = \frac{2}{3}$, og Hr. Hofraad *Langsdorf* angiver i "*Grundlehren d. mechan. Wissensch*„ Side 600, og i "*Handbuch der Maschinenlehre*„ Side 7, Cosin. $\alpha = 0{,}637\ldots$; hvilket vel er en Reduction af Mellemhastigheden, men ellers kommer overeens med *Belidors* Forestilling og er blot nöiere beregnet. Paa et andet Sted derimod "*Theorie des Krumzapfens*" finder den samme Forfatter ligeledes $\sin. \alpha = \text{Cosin.}\ \alpha = 0{,}7071\ldots$, og denne Overeenstemmelse i Resultatet, som jeg her har sögt paa en Vei, der ikke har noget tilfælles med *Langsdorf's* torde vel anföres som et Beviis paa Rigtigheden af min Fremgangsmaade.

Under Forudsætning af en periodisk uniform Bevægelse, kunne de forrige Formeler for Hastighedeu angives noget kortere. Thi $\sin. 2\,z = \sin. 2\,\alpha = 2 \sin. \alpha\ \text{Cosin.}\ \alpha$; og derfor bliver Hastigheden

$$\text{i } M = s$$

$$\text{i } N = \sqrt{}(s^2 - \mathfrak{D}\,(\tfrac{1}{2} \sin. \alpha + \tfrac{1}{6} \sin. \alpha^3 - \text{Arc.}\ \tfrac{1}{2}\,\alpha\ \text{Cosin.}\ \alpha))$$

$$= \sqrt{}(s^2 - \mathfrak{D}\,(0{,}1347988\ldots)$$

$$\text{i } O = \sqrt{}(s^2 - \mathfrak{D}\,(\sin. \alpha + \tfrac{1}{3} \sin. \alpha^3 - \text{Arc.}\ \alpha\ \text{Cosin.}\ \alpha))$$

$$= \sqrt{}(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}2695977.)$$

$$\text{i } B = \sqrt{}(s^2 - \mathfrak{D}(\tfrac{1}{2} \sin. \alpha + \tfrac{1}{6} \sin. \alpha^3 - \text{Arc.}\ \tfrac{1}{2}\,\alpha\ \text{Cosin.}\ \alpha))$$

$$= \sqrt{}(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}1347988\ldots)$$

$$\text{i } Q = s.$$

3.

Men det er ikke med disse Hastigheder at Modstanden selv bevæges; thi det er ikke i Kredsbuer, men i Kredsens Diameter, den bevæger sig, og jeg maae endnu bestemme, hvorledes disse Bevægelser ere afhængige fra hinanden. Lad være i Fig. 1, $AQ = u$, $AR = \alpha$, saa er altid

$$Qq = du = QR.\ Rr = \sin.\ \alpha\, d\alpha.$$

og

$$d^2u = \text{Cos.}\ \alpha\, d\alpha^2 + \sin.\ \alpha\, dd\alpha$$

$$= \text{Cosin}\ \alpha\, d\alpha^2$$

dersom $dd\alpha = o$. Men i Fald enten Modstanden eller Kraften, eller begge ere Functioner af Hastigheden, saa er ei heller $dd\alpha = o$; men dog under alle Omstændigheder

$$du = \text{sin. } \alpha d\alpha$$

hvor u tilkiendegiver den Vei, som giennemlöbes af Modstanden i Retning af den vertikale Diameter AB, medens Krumtappen giennemlöber Vinkelen $ACR = \alpha$.

Sæt nu Krumtappens Hastighed $= v = \frac{d\alpha}{dt}$, og den dertil hörende Hastighed af Modstanden i Retning $AC = c$; saa er denne Hastigheds Forandring

$$= dc = \frac{d^2u}{dt} = \text{sin. } \alpha \frac{d^2\alpha}{dt} + \text{Cosin. } \alpha \frac{d\alpha^2}{dt}$$

$$= \text{sin. } \alpha dv + v \text{ Cosin. } \alpha d\alpha$$

$$c = \text{Const.} + v \text{ sin. } \alpha$$

og da $c = o$, naar sin. $\alpha = o$, saa er ogsaa Const. $= o$, og

$$c = v \text{ sin. } \alpha.$$

Herefter er Modstandens sande Hastighed ved Krumtappens forskiellige Stillinger

i $A = v$ sin. $o = o$

i $M = v$. sin. $\alpha = s$. 0,7071...

i $N = v$. sin. $1 = \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}. \ 0{,}1347988.)}$

i $O = v$. sin.$(1 + \alpha) = 0{,}7071... \times \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}. \ 0{,}2695977..)}$

i $B = v$. sin. $2 = o$.

Da s^2 nödvendig er större end $\mathfrak{D}$. 0,2695..., saa er og- $\sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}. \ 0{,}13479..)} > \sqrt{\tfrac{1}{2}s^2}$, fösgelig $> 0{,}7071.. \times s$; og Hastigheden er större i N, end M og O, fölgelig större end paa noget andet Sted. I A og B er den $= o$, hvorom jeg ikke heller kan giöre mig en anden Forestilling, da Bevægelsen bliver retrograd paa disse Steder, og fölgelig, for at blive negativ fra positiv, som den var, eller omvendt, maae gaae igiennem o.

Heraf seer man nu, at Modstandens Hastighed er tiltagende fra A til C, og aftagende fra C til B, dog saaledes, at hiin Acceleration fölger en anden Lov end denne Retardation, endskiöndt Begyndelse og Ende ved begge er $= o$. Disse ere da egentlig de særegne Forandringer, som ere forbundne med Bevægelsen formedelst en Krumtap.

4.

For at kiende denne Bevægelse fuldkommen, maae man endnu bestemme s. Dette kan nok skee ved een af de forrige Formeler; thi man kan lade Bevægelsen begynde hvor man vil paa de Steder, hvor den er muelig, *d. e.* hvor der er Acceleration, og tage Integralet saaledes at *Const.* $= o$. Men dette Arbeide bliver ufuldstændigt, da den bevægende Kraft her, som ved alle Maskiner, i Begyndelsen virker med en större Overvægt og fölgelig foraarsager en större Acceleration, som lader sig vanskelig bestemme. Man behöver ikke heller at indlade sig heri; thi naar Kræfterne, som anbringes ved Krumtappen, ere givne saa kan Indretningen altid giöres saaledes, at Hastigheden paa hvilket som helst Sted, er af en given Störrelse. Der maae nemlig altid findes eet Sted, eller der maae være een Stilling af Krumtappen, hvor

$$tR = vP.$$

naar den bevægende Kraft $= P$, har den Hastighed $= \mathfrak{v}$, medens Modstanden $= R$ antager Hastigheden $= c$, og da $c = v.\ \text{sin.}\ \alpha$

$$\text{saa er: } v = \frac{\mathfrak{v}}{\text{sin.}\ \alpha} \cdot \frac{P}{R}$$

hvilket Udtryk altid giver een af de, forekommende Störrelser, naar de övrige ere bekiendte.

5

Sætter man nu $s = v$, naar $\text{sin.}\ \alpha = 0{,}7071\ldots$ og endvidere: $\mathfrak{v} = e.\ s$; saa giver

$$e = \text{sin.}\ \alpha.\ \frac{R}{P} = 0{,}7071\ldots, \times \frac{R}{P}$$

Maskinens Indretning.

Sæt f. Ex. at Krumtappen staaer i Forbindelse med et Vandhiul, hvis Radius indtil Stödets Middelpunkt, (eller ved Overfalds-Hiul, Radius af den = centriske Linie i den vandholdende Bue) $= r$, og at derved tillige er anbragt et, eller flere Mellem-Hiul, som give det Forhold $= \frac{n}{m}$, saaledes at n er relativ til Hiulet og m til Krumtappen, saa bliver:

$$e : 1 = n.\ r : m.\ \rho$$

og deraf haves $A = \frac{m}{n.\ r}\ R = \frac{1}{e.\ \rho}\ R$, og

$$\mathfrak{D} = \frac{4\ g.\ \rho^3}{e} \cdot \frac{R}{B} = \frac{4.\ g.\ \rho^3}{0{,}7071\ldots} \cdot \frac{P}{B}$$

hvor B er det dynamiske Moment af de Masser, som sættes tillige i Bevægelse.

Ved Hielp af disse Udtryk kan enhver Maskine, hvorved der findes en Krumtap, anordnes saaledes, som Hensigten, og Omstændighederne, eller de givne Vilkaar kræve.

6.

Endelig kan man forlange at vide, hvad Tiid der behöves for at före en given Modstand igiennem Diametren AB. Den findes af den almindelige Formel

$$dt = \frac{du}{c} \text{ saaledes,}$$

1° Naar Modstanden er i P, eller Krumtappen i den Stilling CM; saa er den sidstes Hastighed $= s$, og $c = s.\ \text{sin.}\ \alpha$: derfor her

$$dt = \frac{\rho\, du}{s.\ \text{sin.}\ \alpha} = \frac{\rho}{s} \cdot \frac{\text{sin.}\ \alpha\ d\alpha}{\text{sin.}\ \alpha}$$

$$= \frac{\rho}{s} \cdot d\alpha$$

$$t = Const. + \frac{\rho}{s} \cdot \text{Arc.}\ \alpha$$

og da t forsvinder tillige med α, saa er $Const. = o$.

2° Naar Krumtappen staaer horizontal, og fölgelig Modstanden er i C; saa er $c = v$; og

$$dt = \frac{\rho}{v}\, du$$

her er nu $u = 1 - \text{Cosin.}\ (\alpha + \gamma)$

$$du = \text{fin.}\ (\alpha + \gamma)\ d\ (\alpha + \gamma)$$

$$d\tau = \frac{\varrho}{v} .\ \text{fin.}\ (\alpha + \gamma)\ d\ (\alpha + \gamma)$$

$$\tau = Const. - \frac{\varrho}{v} .\ \text{Cosin.}\ (\alpha + \gamma)$$

sæt her $\gamma = o$, saa er $\tau = t$, og

$$Const. = t + \frac{\varrho}{v}\ \text{Cosin.}\ \alpha$$

$$\tau = t + \frac{\varrho}{v}\ (\text{Cosin.}\ \alpha - \text{Cosin}\ (\alpha + \gamma))$$

Naar nu $\gamma = (1 - \alpha)$; saa er $\text{Cosin}\ (\alpha + \gamma) = \text{Cosin}\ 1 = 0$, og

$$\tau = t + \frac{\varrho}{v} .\ \text{Cosin.}\ \alpha$$

$$= \left(\frac{\text{Arc.}\ \alpha}{s} + \frac{\text{Cosin.}\ \alpha}{\surd(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}1347 \ldots)} \right) \varrho$$

3° Naar Modstanden er i *D* eller Krumtappen staaer som *CO*, hvor dennes Hastighed er $= v = \surd(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}2695 \ldots)$ og $c = v.\ \text{fin.}\ (1 + \alpha)$

da er: $\tau' = \frac{\varrho}{c}\ du = \frac{\varrho}{v.\ \text{fin.}\ (1 + \alpha)} .\ du$

her er: $du = \text{fin.}\ (1 + \alpha)\ d\ (1 + \alpha)$

$$d\tau' = \frac{\varrho}{v} .\ d\ (1 + \alpha)$$

$$\tau' = Const. + \frac{\varrho}{v} .\ \text{Arc.}\ (1 + \alpha)$$

sæt $\alpha = o$; saa er $\tau' = \tau$, og

$$Const. = \tau - \frac{\varrho}{v}\ \text{Arc.}\ 1$$

$$\text{fölgelig: } \tau' = \tau + \frac{\varrho}{v} \cdot (\text{Arc.} (1 + \alpha) - \text{Arc. } 1)$$

$$= \tau + \frac{\varrho}{v} \text{ Arc. } \alpha$$

$$= \left(\frac{\text{Arc. } \alpha}{s} + \frac{\text{Cosin. } \alpha}{\sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.0{,}1347\ldots)}}, + \frac{\text{Arc. } \alpha}{\sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.0{,}2695\ldots)}}\right)\varrho$$

4° Naar endelig Modstanden befinder sig i B, da er

$$dT = \frac{\varrho\, du}{v}$$

og man har: $T = \tau' + \frac{\varrho}{v}$ Arc. α

Den Tid, som Modstanden tilbringer paa Bevægelsen igiennem Diametren AB er derfor =

$$T = \varrho \left(\frac{\text{Arc. } \alpha}{s} + \frac{\text{Cosin. } \alpha}{\sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.0{,}1347\ldots)}} + \frac{\text{Arc. } \alpha}{\sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.0{,}2695\ldots)}} + \frac{\text{Arc. } \alpha}{\sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.0{,}2695\ldots)}}\right)$$

7.

Hertil föier jeg fölgende Anmærkninger:

Af de Udtryk, som angive Hastigheden (2 & 3) er det tydeligt, at den paa ingen Maade kan blive uniform. Var dette endog mueligt for Krumtappen, saa maatte dog Modstandens Bevægelse i Retning af Diametren blive foranderlig, da den nödvendig maae blive = o ved Enderne A, B, af Diametren, og derfor bestandig tiltage indtil det Sted, hvor den bliver störst, eller, fra dette aftage til Null.

Ihvorvel nu denne Mangel i Uniformiteten ikke kan aldeles afhielpes, saa kan man dog formindske dens Indflydelse i det mindste paa Bevægelsen af den, af Kraften angrebne Punkt. Thi denne Punkts Hastighed staaer altid i et rationalt Forhold til Krumtappens Hastighed, og kan f. Ex. udtrykkes ved $p\mu . v$, eller ogsaa som för (5) ved $e . v$, hvoraf fölger, at det, som kan skee til at befordre Krumtappens Uniformitet, tillige er giort for den eensformige Bevægelse af den, af den bevægende Kraft angrebne Punkt. Og nu seer man, ved at betragte de Udtryk, som angive Krumtappens Hastighed, at den forandrer sig des mindre jo mindre den Deel kan blive, som er foröget med $\mathfrak{D}$, eller jo mindre $\mathfrak{D}$ selv kan blive. Kunde $\mathfrak{D}$ blive saa liden, at $\mathfrak{D} . 0{,}1347 \ldots$ var at ansee som intet imod s^2, saa var Hastigheden i $N = \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D} . 0{,}1347 \ldots)} = s$ og Bevægelsen fra M til N saa godt som uniform. Hastigheden i O, som er $= \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D} . 0{,}2695 \ldots)}$ var da kun lidet mindre end s og Forandringen i Bevægelsen fra N til O, og fra O til B, hvor Hastigheden igien er $= \sqrt{(s^2 \; \mathfrak{D} . 0{,}1347 \ldots)} = s$, ubetydelig. Kunde det bringes derhen, saa var saa meget vundet, at den bevægende Krafts Hastighed blev saa nær eensformig, hvilket især bliver vigtigt, naar denne Kraft er anbragt ved et Vand-Hiul.

Efter det forrige er $\mathfrak{D} = \frac{4 . g . \rho^3}{e} . \frac{R}{B} = \frac{4 . g . \rho^3}{\text{fin.}\, a} . \frac{P}{B}$

og fölgelig bliver $\mathfrak{D}$ mindre, jo mindre Krumtappens Længde $= \rho$, jo mindre Modstanden R, og jo mindre Kraften $= P$, eller jo större det dynamiske Moment af de bevægede Masser

$= B$, og jo större e, d. v. Forholdet af Kraftens Hastighed til Modstandens er.

Herpaa grunder sig Tanken om, og Nytten af de saa kaldte Sving-Hiul. Thi naar det övrige, som bestemmer Mechanismen, er givet, saa kan man altid endnu anbringe en Masse ved hvis Moment B bliver större, og man kan angive denne Masses fornödne Störrelse, under det Vilkaar, at Forandringen af Krumtappens Hastighed skal blive inden givne Grændser.

Sæt f. Ex. at i fölge denne sidste Bestemmelse maatte være $\mathfrak{D} = \mathfrak{a}$, altsaa

$$\mathfrak{a} = \frac{4.g.\rho^2}{e} \cdot \frac{R}{B}$$

fremdeles at ρ, R, e, ere givne, og man forlanger at vide, hvilken Tykkelse Vand-Hiulets Krandse maae have, for at give B den fornödne Quantitet.

Lad være Krandsens ydre Radius $= \mathfrak{R}$, dens indre $= \mathfrak{r}$, og Tykkelse $= d$; saa er det dynamiske Moment af tvende, til et Hiul hörende Krandse $=$

$$= (\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4)\pi d$$

De övrige, tilligemed i Bevægelse satte Massers dynamiske Momenter kalder jeg $= C$; saa er

$$B = C + (\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4)\, \pi d$$

videre er: $e = \dfrac{n.\ r}{m.\ \rho} = \dfrac{n}{m} \cdot \dfrac{\mathfrak{R} + \mathfrak{r}}{2.\ \rho}$

og naar nu Vægten af 1 Kub. Fod Træ, hvoraf Krandsene og de övrige Masser bestaae er $= \varkappa$; saa faaer man

$$\mathfrak{D} = \frac{8.\,g.\,\varrho^4\,m.\,R}{(\pi.\,d.\,(\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4).(\mathfrak{R} + \mathfrak{r}) + C\,(\mathfrak{R} + \mathfrak{r}))n.\varkappa}$$

hvoraf man finder Krandsenes Tykkelse

$$= d = \left(\frac{8.\,g.\,m.\,\varrho^4\,R.}{a.\,n.\,\varkappa.\,(\mathfrak{R} + \mathfrak{r})} - C\right) : \pi\,(\mathfrak{R}^4 - \mathfrak{r}^4)$$

Denne Oplösning er noget lettere end den, Hr. *H. R. Langsdorf* giver for det samme Spörgsmaal; — *Handb. d. Masch. L.* pag. 25. og *Grundl. d. mech. Wiss.* pag. 385 — men den betræffer ogsaa kun eet af de simplere Tilfælder. Ikke heller er jeg saa forfængelig at troe, at have giort noget, som taalte en Sammenligning med hiin berömte Lærers Arbeide: jeg anförer dens Autoritet blot i den Hensigt, at bevise mine Præmissers Rigtighed, ved at sammenligne mine Resultater med hiins Læresætninger. Og ved denne Sammenligning vil det findes, at alt det, som *Langsdorff* udleder ved en ypperlig Analysis, ogsaa fölger af de foranförte Æquationer.

Man kunde opnaae den samme Hensigt, naar s kunde tages saa stor, at $\mathfrak{D}$. 0,1347... saa godt som forsvandt imod s^2. Men denne Udvei er sielden at benytte, da Hastigheden tvertimod for det meste ei tör overskride en vis Grændse. som f. Ex. ved Sugværker, Saugmöller o. fl. Dette giver endnu Anledning til en anden Anmærkning over den Maade, hvorpaa Indretningen kan træffes, naar den störste Hastighed, som Modstanden efter sin Natur tör antage, gives.

Er dette at tage i den strengeste Forstand, saaledes nemlig, at Modstandens Hastighed intet Öieblik tör være större end den foreskrevne, da bestemmes Værdien af s formedelst den Formel, som angiver Modstandens Hastighed paa det Sted, hvor den et störst, nemlig i N. Naar den givne störste Hastighed er f. Ex. $= u$, saa har man

$$s = \sqrt{(u^2 + \mathfrak{D}.\ 0{,}1347\ldots)}$$

Kræver man derimod blot, at Hastigheden, hvormed Rad. AC eller Diam. AB, giennemlöbes, bliver inden den givne Grændse, saa finder man s af den Æquation, som giver Tiden τ eller T.

Til Afkortning sætter jeg deri $\mathfrak{D}.\ 0{,}13479.. = \frac{1}{q}.\ s^2$, og da efter det forudsatte Vilkaar skal være $\tau = \frac{\rho}{u}$, eller $T = \frac{2\rho}{u}$, fölgelig

$$1^\circ\ \frac{1}{u} = \frac{a}{s} + \frac{e}{s\sqrt{(1 + \frac{1}{q})}}$$

$$\text{og } 2^\circ\ \frac{2}{u} = \frac{a}{s} + \frac{e}{s\sqrt{(1 + \frac{1}{q})}} + \frac{a}{s\sqrt{(1 + \frac{1}{q})}} + \frac{a}{s\sqrt{(1 + \frac{2}{q})}}$$

(naar man nemlig sætter Arc. $\alpha = a$; Cosin. $\alpha = e$)

saa faaes heraf i förste Tilfælde, $s = \left(\frac{e}{\sqrt{(1 + \frac{1}{q})}} + a\right).\ u.$

i andet Tilfælde $s = \left(\left(1 + \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{2}{q}\right)}}\right) a + \frac{a + e}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{q}\right)}} \right) . \frac{1}{2} u$.

8.

Hidtil har jeg forudsat, at Intensiteterne P og R ere uforanderlige, en Forudsætning, som dog ikke altid kan tillades. Saaledes er f. Ex. P en Function af Hastigheden naar den bevægende Kraft er anbragt ved et Vand-Hiul, for saavidt dette bevæges ved Vandets Stöd. Ogsaa Modstanden kan være af den Art, at R bliver en Function af Hastigheden (saaledes som det f. Ex. er ved Saugmöller) og under disse Omstændigheder vil de forrige Opgaver modtage Modificationer, som jeg söger, om mueligt, at bestemme.

En almindelig Form af de Functioner, som kunne udtrykke Intensiteterne, lader sig maaskee ikke saa let angive, og om saa var, vilde dens Brug formodentlig före paa indviklede Regninger, hvoraf Nytten kunde være uvis. Derfor vil jeg tillade mig, at holde mig til et bestemt Tilfælde, saa meget mere, som det ikke er af de simpelste, og dette hele Arbeide egentlig er blevet til i Anledning af samme.

Lad altsaa Modstanden være et Saugblad, anordnet paa den bekiendte Maade til at skære Bielker eller Planker, og lad Saugen drives ved et Vand-Hiul formedelst en Krumtap.

Jeg haaber ved en anden god Leilighed at kunne bevise baade theoretisk og af Erfaringen, at Modstanden af en Saug, hvis Hastighed $= c$, er $=$

$$R = \mathfrak{A} - \mathfrak{B}.\ c^2$$

Sætter man nu Vand-Hiulets Rad: indtil Stödets Middelpunkt $= r$; Profilet af Hiulets Kasser eller Skuffer $= q$: den vandholdende Bues Længde $= l$; Hiulets Hastighed $= \mathfrak{v}$; det tilströmmende Vands Mellem-Hastighed $= \mathfrak{a}$; Vægten af 1 Kub. Fod Vand $= \varepsilon$; saa er

$$P = \left(\frac{\mathfrak{a} - \mathfrak{v}}{2.\ \eta.\ g}.\ \mathfrak{a} + l\right) \varepsilon.\ q.$$

hvor $\eta = 2$ i en ubegrændset Ström, ellers $= 1$.

Dette Udtryk indeholder ikke de Modificationer, som den finere Theorie angiver, fordi de her ere overflödige, da man kan, og fölgelig bör giöre Indretningen saaledes, at P er constant, eller dog kan ansees som saa. Det samme kan, efter det forhen anförte ikke finde Sted ved Modstanden, og derfor bliver det vel tilladt at indföre P som bestandig, men tillige nödvendigt, at udtrykke R ved en Function af c.

I den forrige Different. Formel (1.) for Hastigheden vil man nu maatte skrive: $n.\ r.\ \mathfrak{y}.\ P.$ isteden for $\mathfrak{y}A$, og $m.\ \rho.\ y.$ $(\mathfrak{A} - \mathfrak{B}c^3)$ isteden for $y\,A$, hvorved man erholder

$$udu = \frac{2.\ g.\ \rho^3}{n.\ r.\ B.}\ (m.\ \rho\ (\mathfrak{A} - \mathfrak{B}c^3)y - n.\ r.\ \mathfrak{y}.\ P)y^2\ ds.$$

og da $c = u.\ y$

$$udu = \frac{2.\ g.\ \rho^3}{n.\ r.\ B.}.\ (m.\ \rho\ (\mathfrak{A} - \mathfrak{B}\,u^3\ y^3)y - n.\ r.\ \mathfrak{y}.\ P)\ y^2.\ ds.$$

Men dette Udtryk lader sig vanskelig, eller slet ikke integrere. Havde man $\mathfrak{B}\,y^2\,u^2$ for $\mathfrak{B}\,y^3\,u^3$, saa lod de foranderlige Störrelser sig separere, endskiöndt Regningen bliver meget vidtlöftig. Isteden for at sætte denne herhid, troer jeg, at torde antage $u\,y = v\,y$ saaledes, at v er den Hastighed, Krumtappen har i N, hvilken omtrent holder Midten imellem Hastighederne i M og O. Man seer, at man ikke kan feile meget ved denne Substitution, som lader sig forsvare, ligesom det er forsvarligt, at man f. Ex. sætter $dx = 1$ eller $=$ Const. hvilket som bekiendt skeer ved Integrationer formedelst *Newtons* Parallelogram.

Tillades mig denne Substitution, saa er:

$$udu = \frac{2.g.\varrho^3}{n.r.B}.\,(m.\varrho\,\mathfrak{A}y^3 - m.\varrho.\mathfrak{B}.v^3y^6 - n.r.\mathfrak{y}.Py^2)\,ds$$

Ved at sætte igien $y^2 = 1 - x^2$, seer man strax, at Integralet heraf findes paa samme Maade som forhen

$$u^2 = \text{Const.} + \mathfrak{E}.[m.\varrho.\mathfrak{A}.(x - \tfrac{1}{3}x^3) - m.\varrho.\mathfrak{B}.v^3.(\tfrac{15}{21}x + \tfrac{1}{8}x^3 + \tfrac{1}{6}x^5).$$
$$\sqrt{(1 - x^2)} - n.r.P.\mathfrak{y}.(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,z + \tfrac{1}{4}\,\text{ſin.}\,2\,z)]$$

For $AP = \mathfrak{x}$; $NM = \alpha$; fölgelig $1 - \mathfrak{x} = \text{ſin.}\,\alpha$, og fremdeles for $x = (1 - \mathfrak{x})$; $u = s$ bliver

$$\text{Const.} = s^2 - \mathfrak{E}.\,[m.\varrho.\mathfrak{A}.(\text{ſin.}\,\alpha - \tfrac{1}{3}\,\text{ſin.}\,\alpha^3) - m.\varrho.\mathfrak{B}.v^3(\tfrac{9}{16}\,\text{Arc.}\,\alpha$$
$$+ (\tfrac{15}{21}\text{ſin.}\,\alpha - \tfrac{1}{8}\,\text{ſin.}\,\alpha^3 + \tfrac{1}{6}\,\text{ſin.}\,\alpha^5).\text{Cosin.}\,\alpha) - n.r.P.\mathfrak{y}.(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\,\text{ſin.}\,2\alpha)]$$

Sættes nu $x = o$; saa er:

$$u^2 = s^2 - \mathfrak{E}[m.\varrho.\mathfrak{A}.(\text{ſin.}\,\alpha - \tfrac{1}{3}\,\text{ſin.}\,\alpha^3) - m.\varrho\,\mathfrak{B}.v^3\,(\tfrac{9}{16}\,\text{Arc.}\,\alpha + (\tfrac{15}{21}\,\text{ſin.}\,\alpha$$
$$- \tfrac{1}{8}\,\text{ſin.}\,\alpha^3 + \tfrac{1}{6}\,\text{ſin.}\,\alpha^5)\,\text{Cosin.}\,\alpha) - n.r.P.\mathfrak{y}.(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,\alpha + \tfrac{1}{4}\,\text{ſin.}\,2\,\alpha)]$$

hvilket er Hastigheden i N.

Her er fölgelig $v = u$; og man finder u af en kubisk Æquation.

Mindre nöiagtig, men dog nöie nok og kortere findes Værdien af v lige til af forstaaende Udtryk ved at tage $v = \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.0,13479...)}$

Hvilken Vei man end vælger, saa er det dog klart, at Hastigheden i O ogsaa her findes ved at subtrahere fra s^2 det dobbelte af hvad der maatte subtraheres for samme i N; at Hastigheden i B er lige saa stor som i N, og i $Q = s$.

Ogsaa her findes at være: sin. α = Cosin. α, naar Bevægelsen skal være periodisk uniform (2.) og i dette Tilfælde er Hastigheden $= v$.

$$\text{i } M = s$$

$$\text{i } N = \sqrt{(s^2 - \mathfrak{E}.\ [m.\ \varrho.\ \mathfrak{A}.\ 0{,}5892558... - m.\ \varrho.\ \mathfrak{B} \times \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}1347..)^3}.\ 0{,}788512... - n.\ r.\ P.\ 0{,}45445..])}$$

$$\text{i } O = \sqrt{(s^2 - 2.\ \mathfrak{E}.\ [m.\ \varrho.\ \mathfrak{A}.\ 0.5892558... - m.\ \varrho.\ \mathfrak{B} \times \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}1347..)^3}.\ 0{,}7885124... - n.\ r.\ P.\ 0{,}45445..])}$$

$$\text{i } B = \sqrt{(s^2 - \mathfrak{E}.\ [m.\ \varrho.\ \mathfrak{A}.\ 0{,}5892558... - m.\ \varrho.\ \mathfrak{B} \times \sqrt{(s^2 - \mathfrak{D}.\ 0{,}1347...)^3}.\ 0{,}7885124.. - n.\ r.\ P.\ 0{,}45445..])}$$

$$\text{i } Q = s.$$

9.

Modstandens Hastighed i Direction AB er ogsaa her, som forhen (3.)

$$\text{I.}\quad c. = v.\ \text{sin.}\ \alpha.$$

Hassigheden s findes her ligeledes som i (4.) ved at sætte hvad under alle Omstændigheder maae være eet Sted:

9. $P = e . R = s . \sin . \alpha . R .$

Her udtrykkes R og P ved Funktioner af s, hvorved man erholder

$$s . \sin . \alpha \, (\mathfrak{A} - \mathfrak{B} . s^3 . \sin . \alpha^3) = e . s . \left(\frac{\mathfrak{a} - e . s}{2 . \eta . g} . \mathfrak{a} + l \right) . \varepsilon \, q$$

og dette giver, naar man sætter $\dfrac{e^2 \, \mathfrak{a} . q . \varepsilon}{2 . \eta . g . \mathfrak{B} . \sin . \alpha^4} = \mathfrak{F}$

$$\frac{\varepsilon . e . q \left(\dfrac{\mathfrak{a}^2}{2 . \eta . g} + l \right) - \mathfrak{A} . \sin . \alpha}{\mathfrak{B} . \sin . \alpha^4} = \mathfrak{G}$$

$$s^3 * - \mathfrak{F} s - \mathfrak{G} = o$$

hvoraf man finder paa bekiendt Maade

$$\text{II. } s = \sqrt[3]{\left(\tfrac{1}{2} G + \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} G^2 - \tfrac{1}{27} \mathfrak{F}^3\right)}\right)} + \sqrt[3]{\left(\tfrac{1}{2} G - \sqrt{\left(\tfrac{1}{4} G^2 - \tfrac{1}{27} \mathfrak{F}^3\right)}\right)}$$

Tiden T er ogsaa her som forhen (6.)

$$\text{III. } T = \varrho \left(\frac{0{,}7853981 \ldots}{s} + \frac{0{,}7253981 \ldots}{v'} + \frac{0{,}7853981 \ldots}{v''} + \frac{0{,}7071068 \ldots}{v'} \right)$$

hvor jeg til Afkortning sætter Hastigheden i $N = v'$; i $O = v''$. Maskinens Indretning, eller e, finder man af No. II, naar s antages bekiendt. Man faaer

$$e^2 - \frac{\mathfrak{a}}{s} . e = \frac{2 . \eta . g . l}{\mathfrak{a} . s^2} - (\mathfrak{A} . - \mathfrak{B} . s^3 . \sin . \alpha^3) \frac{\sin . \alpha . 2 . \eta . g}{\mathfrak{a} . s . \varepsilon . q} = M$$

og deraf

$$\text{IV. } e = \frac{\mathfrak{a} \pm \sqrt{(\mathfrak{a}^2 + 4 s^2 M)}}{2 . s .}$$

10.

Det forstaaende indeholder, som jeg vover at smigre mig en Theorie af Krumtappen, hvorved man bliver nöiere bekiendt med dens Natur, og fölgelig mere Herre over dens Virkning end hidtil har kunnet skee. Kundskab om det Defectueuse, som er forbunden med et Instrument eller en mechanisk Indretning, synes at kunne kræves af Theorien; men at den ogsaa skulde angive Complementet til Defecterne, det kan vel ikke fordres. Imidlertid være det mig her tilladt at fremsætte mine Tanker om Mueligheden af en Forbedring.

Bevægelsens uundgaaelige Foranderlighed, og den deraf flydende nödvendige Overvægt, ere de Omstændigheder, hvorved den mechaniske Effect formindskes ved saadanne Maskiner, som ere satte i Bevægelse ved en Krumtap: heraf dependerer da Instrumentets Perfectibilitet.

Den Kraft, som anbriges ved Krumtappen, maae efter det forrige være $= R.\ \sin.\ \alpha = 0{,}7071\ldots \times R$, naar en Modstand $= \frac{2}{\pi}.\ R$ skal sættes i Bevægelse. Det kommer da an paa, om det Forhold: $0{,}707106\ldots : \frac{2.}{3{,}14159}$ kan blive mindre.

11.

Jeg sætter engang, at Punkten *M* Fig. 3 ikke bevæges i en Kredsbue *AMN*, men i den elliptiske *Amn*, for at see, hvad deraf kunde fölge, naar Bevægelsens Lov endnu bliver den samme.

I den sidste Forudsætning er her igien

$$udu = -\frac{2.g.A}{B}.(y - \mathfrak{y})y^2\, ds$$

Men nu er ds Differentialet af en elliptisk Bue, og det er ikke rationalt. Her hielper jeg mig saaledes: jeg sætter $ACM = \beta$ og $CP = x$ (at begynde ved C) og fremdeles $AC = a$; $Cn = b$; da er:

$$Pm = \frac{b}{a}.\,\text{tang}.\,\beta.\ x = b.\,\text{sin}.\,\beta$$

$$CP = x = a.\,\text{Cosin}.\,\beta$$

$$\text{fölgelig: } dPm^2 = \frac{b^4\,\text{sin}.\,2\beta^2}{4.Pm^2}\,d\beta^2$$

$$dCP^2 = a^2.\,\text{sin}.\,\beta^2\,d\beta^2$$

$$ds^2 = dPm^2 + dCP^2 = \frac{b^4.\,\text{sin}.\,2\beta^2 + 4a^2.\,b^2.\,\text{sin}.\,\beta^4}{4.\,b^2\,\text{sin}.\,\beta^2}\,d\beta^2$$

$$ds = d\beta.\sqrt{(b^2\,\text{Cosin}.\,\beta^2. + a^2\,\text{sin}.\,\beta^2)}$$

og da $a.\,\text{Cosin}.\,\beta = CP = x$; $a\,\text{sin}.\,\beta = PM = y$ (Coordinaterne i Kredsen) saa er

$$ds = d\beta\sqrt{\left(\frac{b^2}{a^2}x^2 + y^2\right)} = d\beta\sqrt{(1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2}x^2)}$$

Den irrationale Deel angiver jeg ved en Rad, og faaer da

$$ds = d\beta\left(1 - \frac{a^2 - b^2}{2a^2}x^2 - \frac{(a^2 - b^2)^2}{4a^4}x^4 - \frac{3.(a^2 - b^2)^3}{2.4.6.a^6}x^6 - \ldots\right)$$

Herefter skriver jeg i Grundformelen, $\frac{b}{a}\,y$ isteden for $\mathfrak{y}$, da Aplicaterne PM, Pm, sig forholde $= a:b$, og sætter $\frac{a^2 - b^2}{a^2} = p$. Da er.

$$\alpha du = \frac{2.g.a^4.A}{B}.(y - \mathfrak{y})y^2\, ds$$

$$= \frac{2g.a^4\, b^3.A}{a^3\, B}.(y - \mathfrak{y})y^2.(1 - \tfrac{1}{2}p\,x^2 - \tfrac{1}{4}p^2\,x^4 - \tfrac{1}{16}p^3x^6 - \ldots)d\beta$$

og nu höre x, y, igien til Kredsen AMB. Jeg sætter

$\frac{4\,g.\,a\,b^3\,A}{B} = \mathfrak{C}$, da er

$$u^2 = \text{Const.} + \mathfrak{C}\,[(1 - \tfrac{1}{3}\,(1 + \tfrac{1}{2}\,p)x^2 + \tfrac{1}{5}\,(\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}\,p^2)\;x^4)x$$
$$- \mathfrak{y}\,(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,x + \tfrac{1}{4}\,\sin.\,2\,x) + \tfrac{1}{4}p\,\mathfrak{y}(\tfrac{1}{2}\,\text{Arc.}\,x - \tfrac{1}{2}\,x\,\sqrt{(1 - x^2)}$$
$$- \mathfrak{y}(\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}\,p^2).(\tfrac{3}{8}\,\text{Arc.}\;x - (\tfrac{1}{4}\,x^3 + \tfrac{3}{8}\,x)\;\sqrt{(1 - x^2)}]$$

$$u^2 = \text{Const.} + \mathfrak{C}\,[(1 - \tfrac{1}{3}\,(1 + \tfrac{1}{2}\,p)x^2 + \tfrac{1}{5}\,(\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}\,p^2)\;x^4)x$$
$$- \tfrac{1}{4}\,\mathfrak{y}\,((4 - (\tfrac{1}{4} + \tfrac{3}{8}\,p)p.\;\text{Arc.}\;x + (1 - \tfrac{1}{2}\,p)\;\sin.\;2\,x$$
$$- (\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}\,p^2).(x^3 + \tfrac{3}{2}\,x)\sqrt{(1 - x^2)})]$$

Sættes nu igien $AP = \mathfrak{x}$, $MN = \alpha$, og for $x = (1 - \mathfrak{x})$, $u = s$; saa er

$$\text{Const.} = \mathfrak{C}[(1 - \tfrac{1}{3}\,(1 + \tfrac{1}{2}\,p)\,\sin.\,\alpha^2 + \tfrac{1}{5}\,(\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}p^2)\,\sin.\,\alpha^4)\,\sin.\,\alpha$$
$$- \tfrac{1}{4}\,\text{Cosin.}\,\alpha\,((4 - (\tfrac{1}{4}\,p + \tfrac{3}{8}\,p^2)\;\text{Arc.}\;\alpha + (1 - \tfrac{1}{2}p)\,\sin.\,2\,\alpha - (\tfrac{1}{2}\,p$$
$$- \tfrac{1}{4}\,p^2).(\sin.\;\alpha^3 + \tfrac{3}{2}\;\sin.\;\alpha)\;\text{Cosn.}\;\alpha)]$$

og dette giver, naar $x = o$, Hastigheden i $n =$

$$u^2 = s^2 - \mathfrak{C}.\,[(1 - \tfrac{1}{3}\,(1 + \tfrac{1}{2}\,p)\,\sin.\,\alpha^2 + \tfrac{1}{5}\,(\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}\,p^2)\,\sin.\,\alpha^4)\sin.\alpha$$
$$- \tfrac{1}{4}\,\text{Cosin.}\,\alpha.\,((4 - (\tfrac{1}{4}\,p + \tfrac{3}{8}\,p^2)\;\text{Arc.}\;\alpha + (1 - \tfrac{1}{2}\,p)\sin.\,2\,\alpha - (\tfrac{1}{2}\,p$$
$$- \tfrac{1}{4}p^2).(\sin\,\alpha^3 + \tfrac{3}{2}\,\sin.\,\alpha)\text{Cosin.}\,\alpha)].$$

12.

Det er uden Tvivl overflödigt at beregne udförlig, hvad desuden fölger af Analogien med det Forrige (1 og 8), at nemlig ved den videre Bevægelse efter samme Lov, Hastigheden i o er $=$

$$t^2 = s^2 - 2\,\mathfrak{C}\,[(1 - \tfrac{1}{3}\,(1 + \tfrac{1}{2}\,p)\,\sin.\,\alpha + \tfrac{1}{5}\,(\tfrac{1}{2}\,p - \tfrac{1}{4}\,p^2)\,\sin.\,\alpha^4)\sin.\,\alpha$$
$$- \tfrac{1}{4}\;\text{Cosin.}\;\alpha\;(4 + \ldots)]$$

Medens Bevægelsen fra o til B, hvori Retardationen er gaaen over i en Acceleration efter samme Lov, kan Hastigheden dog udtrykkes paa samme Maade, naar man kun bemærker, at saaledes som den for Bevægelsen igiennem mno udtryktes ved Linier i Kredsen, hvis Radius $= AC = a$, nu derimod for Bevægelsen igiennem oBq maae udtrykkes ved Linier i Kredsen, hvis Radius $= Cn = b$. Man behöver kun at dreie Figuren, saa at nC bliver lodret, for at see, at Hastigheden da angives ved de samme Stykker i Kredsen anb, hvorved de för udtryktes i Kredsen ANB. Fig. 4.

Med denne Forandring faaer man

$$v\,dv = \frac{2.g.a^3\,b\,A}{B}.\Big((1-(1+\tfrac{1}{2}p)x^2+(\tfrac{1}{2}p-\tfrac{1}{4}p^2)x^4)dx$$

$$-\,\mathfrak{y}\,\sqrt{(1-x^2)}.\,dx+(\tfrac{1}{2}p\,x^2-(\tfrac{1}{2}p-\tfrac{1}{4}p^2)x^4\frac{\mathfrak{y}}{\sqrt{(1-x^2)}}\,dx\Big)$$

heraf finder man Hastigheden i q, naar $\frac{4\,g\,a^3\,b\,A}{B} = \mathfrak{F}$

$$v^2 = c^2 + 2\,\mathfrak{F}[(1-\tfrac{1}{3}(1+\tfrac{1}{2}p)\,\text{Cos.}\,\alpha^2+\tfrac{1}{5}(\tfrac{1}{2}p-\tfrac{1}{4}p^2)\,\text{Cos.}\,\alpha^4)\,\text{Cos.}\,\alpha$$
$$-\tfrac{1}{4}\,\text{Cos.}\,\alpha\,((4-(\tfrac{1}{4}p-(\tfrac{1}{4}p+\tfrac{3}{8}p^2).\ \text{Arc.}\ (1-\alpha)+$$
$$(1-\tfrac{1}{2}p)\,\text{sin.}\,2\,(1-\alpha)-(\tfrac{1}{2}p-\tfrac{1}{4}p^2).(\text{Cos.}\,\alpha^3+\tfrac{3}{2}\,\text{Cos.}\,\alpha\,\text{sin.}\,\alpha)]$$

Skal nu Bevægelsen ogsaa her være periodisk uniform, da maae være $v^2 = s^2$, fölgelig, naar $(1-\alpha) = \beta$

$$\mathfrak{F}.\ \text{Cosin.}\ \alpha = \mathfrak{F}.\ \text{sin.}\ \beta = \mathfrak{C}\ \text{sin.}\ \alpha.$$

$$\frac{2.\,g.\,a^3\,b.\,A}{B}.\text{sin.}\,\beta = \frac{2.\,g.\,a.\,b^3\,A}{B}\ \text{sin.}\ \alpha$$

$$a^2\ \text{sin.}\ \beta = b^2\ \text{sin.}\ \alpha$$

$$\sqrt{\left(\frac{a^4}{a^4+b^4}\right)} = \text{sin.}\ \alpha$$

$$\sqrt{\left(\frac{b^4}{a^4 + b^4}\right)} = \text{fin. } \beta$$

Men Buerne α og ϱ höre til Kredsen, hvis Radius $= a$. I den Kreds, hvis Rad. $= b$ höre disse Buers *finus* til Buer $=$ $(\alpha - \gamma)$ eller $= (\beta + \gamma)$ saaledes at fin. $(\beta + \gamma) = \frac{a}{b}$ fin. β $= \sqrt{\left(\frac{a^2 . b^2}{a^4 + b^4}\right)}$ og denne *fin.* söger man for at bestemme Forholdet af Kraften til Modstanden

Anmærkning. Naar $a = b$, altsaa Ellipsen gaaer over til en Kreds, saa bliver fin. $\beta = \sqrt{\left(\frac{a^4}{2\, a^4}\right)} = \sqrt{\tfrac{1}{2}} =$ fin. α ligesom för, (2.) og dette tiener her til at bevise den forstaaende Regnings Rigtighed.

Men hermed er det egentlige Forhold af Kraften til Modstanden endnu ikke fuldkommen bestemt. Thi Hensigten af den her fremsatte Analysis var, at reducere Bevægelsen i den elliptiske Bue paa Bevægelsen i en Kredsbue, hvis Rad. $= a$, men hvis Længde er $= q$, ikke $= \alpha$. Skal nu dette blive sandt, saa maae Punkten M foruden Bevægelsen efter Buen, endnu tillige meddeles en anden, i Retning Mm', hvortil behöves en Kraft, som forestilles ved Mm', saa at $Mm' = \frac{a - b}{a}$ fin. $(\beta + \gamma)$; og nu er den forenede Kraft, som bevæger M i den elliptiske Bue Amn

$$= \left(1 + \frac{a - b}{a}\right) . \text{ fin. } (\beta + \gamma)$$

$$= \left(2 - \frac{b}{a}\right) . \sqrt{\left(\frac{a^2 . b^2}{a^4 + b^4}\right)}$$

13.

Dette Udtryk, som man seer at variere med Forholdet $\frac{a}{b}$ tilkiendegiver nu Kraften, eller egentlig (hvad dog er overflödigt et erindre) Forholdet af den, ved Krumtappen fornödne Kraft til den, som vilde være fornöden, dersom Modstanden stedse befandt sig i een Afstand fra Bevægelses-Axen, hvilken Afstand antages $= 1$.

Sætter man den elliptiske Peripherie $= q$, saa er Modstanden i samme Forstand $= \frac{2}{q}$, og derfor er, ved den elliptiske Krumtap

$$\text{Kraft: Modstand} = \left(2 - \frac{b}{a}\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{a^2 \times b^2}{a^4 + b^4}\right)} : \frac{2 \cdot a}{q}$$

Lad nu, for at faae et tydeligere Begreb om dette Forhold, være: $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$; saa er

$$\left(2 - \frac{b}{a}\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{a^2 \cdot b^2}{a^4 + b^4}\right)} = (2 - \tfrac{2}{3}) \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot 4}{81 + 16}}$$

$$= \tfrac{4}{3} \cdot 0{,}60921 \ldots = 0{,}81228 \ldots$$

Den elliptiske Bues Længde er $=$

$$\int ds = \int d\beta \left(1 - \tfrac{1}{2}\, p\, x^2 - \tfrac{1}{4}\, p^2\, x^4 - \tfrac{1}{16}\, p^3\, x^6\right.$$

$$\left. - \frac{3 \cdot 5 \cdot}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot} p^4 x^8 - \ldots\right) = \int \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2}} \left(1 - \tfrac{1}{2} \cdot \tfrac{5}{9}\, x^2 - \right.$$

$$\left. \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{25}{81}\, x^4 - \tfrac{1}{16} \cdot \tfrac{125}{729}\, x^6 - \ldots\right.$$

nu er

$$\int \frac{dx}{\sqrt{(1 - x^2}}, = \text{Arc. } \beta$$

$$-\tfrac{5}{18}\int\frac{x^2\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = -\tfrac{5}{36}\,\mathrm{Arc}.\,\beta + \tfrac{5}{36}\,x\,\sqrt{(1-x^2)}$$

$$-\tfrac{25}{324}\int\frac{x^4\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = -\tfrac{75}{2592}\,\mathrm{Arc}.\,\beta + \tfrac{25}{324}\left(\tfrac{1}{4}x^3 + \tfrac{3}{8}x\right)\sqrt{(1-x^2)}$$

$$-\tfrac{125}{11664}\int\frac{x^6\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = -\tfrac{125}{11664}.\,\tfrac{15}{48}\,\mathrm{Arc}.\,\beta + \tfrac{125}{11664}\left(\tfrac{8}{48}x^5 + \tfrac{10}{48}x^3 + \tfrac{15}{48}x\right)\sqrt{(1-x^2)}$$

$$-\int\frac{x^8\,dx}{\sqrt{(1-x^2)}} = -\ldots\ldots + \ldots$$

$$S = \left(1 - \left(\tfrac{5}{36} + \tfrac{75}{2592} + \tfrac{1875}{559872}\right)\right)\mathrm{Arc}.\,\beta + \left(\tfrac{5}{36}\,x + \tfrac{25}{324}\left(\tfrac{1}{4}x^3 + \tfrac{3}{8}x\right) + \tfrac{125}{11664}\left(\tfrac{8}{48}x^5 + \tfrac{10}{48}x^3 + \tfrac{15}{48}x\right)\right)\sqrt{(1-x^2)}$$

og for $x = o$, er den elliptiske Quadrant =

$$S = \left(1 - \left(\tfrac{5}{36} + \tfrac{75}{2592} + \tfrac{1875}{559874}\right)\right)\mathrm{Arc}.\,\beta$$

$$= \left(1 - \frac{77760 + 16200 + 1875}{559872}\right).\tfrac{1}{2}\pi.a = 0{,}828823\ldots \times \tfrac{1}{2}\pi.a.$$

Den halve elliptiske Peripherie bliver derfor $= \tfrac{1}{2}\,q =$ $2{,}60383\ldots \times a$; og nu er: $\dfrac{2.\,a}{q} = \dfrac{2}{2{,}6038\ldots} = 0{,}76810\ldots.$ Saaledes bliver ved den elliptiske Krumtap:

Kraft : Modstand $= 0{,}81228\ldots : 0{,}7681\ldots = 10 : 9{,}45$

hvorimod man har ved den sædvanlige Krumtap:

Kraft : Modstand $= 0{,}707106\ldots : 0{,}637\ldots = 10 : 9$

Heraf synes det da beviist, at der behöves betydelig mindre Kraft ved den Elliptiske Krumtap, end ved den sædvanlige Kredsformige, og videre: at Forholdet $\dfrac{a}{b}$ kan tages saaledes, at næsten ingen Overvægt behöves. Thi jo mindre b bliver imod a, jo mindre bliver ogsaa Ellipsens Peripherie, og jo större fölgelig Quotienten $\dfrac{2\,a}{q}$, hvorimod $\left(2 - \dfrac{b}{a}\right).\ \sqrt{\left(\dfrac{a^2.\,b^2}{a^4 + b^4}\right)}$ aftager.

Anmærkning. Förend jeg nu gaaer videre, være det mig tilladt at indföre her en Anmærkning, som jeg glemte at giöre paa sit Sted, og som betræffer det, (11.) meddelte Differential af elliptiske Buer. Dette Udtryk har jeg ikke fundet paa noget andet Sted, men selv udledet det paa den fremsatte Maade, og denne Omstændighed kan vist ikke tiene til sammes Anbefaling. Men jeg synes dog, at Raden falder hastig nok sammen, des hastigere, jo mindre Forholdet $\frac{a}{b}$ eller jo mere b nærmer sig i Værdie til a og jo mindre x er, saa at Quadranten findes meget nöie af faa Leed, hvormed Arc. $\beta = \frac{1}{2}\pi$ er multipliceret. I det, her beregnede Exempel, har jeg kun brugt tre Leed, hvoraf det tredie omtrent udgiörde $\frac{1}{100}$ Arc. β, endskiöndt Forholdet $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ endnu er stort. Ikke blot Meridianens Peripherie, men ogsaa mindre Dele af Quadranten synes at kunne findes kortere paa denne Maade end ved den Rad, hvoraf man sædvanlig betiener sig, og som, hvis jeg ikke feiler, er angiven af *Stone* (S *of the inverse method of fluxions — Newt. opusc.*) Men dette er dog ikke, hvad jeg synes at være det meest interessante: jeg mener at finde en Sammenhæng, af den elliptiske og Kreds-Bue, som igien opliver et svagt Haab til Ellipsens Rectification i det mindste ved Kredsbuer.

14.

Naar det nu er fordeelagtigt, at bruge elliptiske Krumtapper, saa vil det komme an paa, om en saadan Indretning kan angives, hvorved den tilsigtede Fordeel opnaaes.

Iblandt de flere Angivelser, som til den Ende lade sig giöre, synes den fölgende, især for Simplicitetens Skyld at fortiene nogen Opmærksomhed. *ACD*, er Krumtappen, som er sat saaledes paa den 4kantede Axe *C*, at den er bevægelig frem og tilbage paa samme Axe, hvortil Krumtappen er udskaaren fra *D* til *K*. Ved Enden *D'* befinder sig en liden Valse, bevægelig paa en Axe, som er befæstet lodret paa Krumtappen, og denne Valse gaaer i Kanalen *FDEGH*, hvorved Krumtappen skydes tilbage fra *C* til *K*, efter som den dreies fra *A* imod *B*, formedelst Axens Omdreining. Saaledes befinder sig *A*, efter at have giennemlöbet Quadranten, ikke i *B*, men i *B'*, hvilket jeg troer Figuren viser tydelig. *D'E* og *D'F* ere Kredsstykker:

15.

Denne Indretning giver Anledning til tvende Betragtninger:

1° Det er klart, at den samme Kraft, som udfordres, naar Krumtappen naaer indtil *B*, ikke behöves, naar den kun gaaer til *B'*. I förste Tilfælde behöves en Kraft $=$ 0,7071... for at overvinde en Modstand $=$ 0,637...; i andet Fald bevæger Kraften $=$ 0,81228... en Modstand $=$ 0,7681..., eller en Kraft

$$= \frac{0{,}81228\ldots \times 0{,}637\ldots}{0{,}7681\ldots} = 0{,}6736\ldots$$

er tilstrækkelig at bevæge Modstanden $=$ 0,637... Men desuden befinder Modstanden sig i en Afstand fra Bevægelses-Axen, i förste Tilfælde $= a$; i andet derimod $= b$, saa at der behöves, for at bevæge den samme Modstand paa samme Maade, i förste Tilfælde $= 0{,}7071\ldots \times a\,R$, i andet derimod $= 0{,}6736\ldots \times b.\ R'$. Fölgelig behöves ved den elliptiske Krumtap kun den Deel $\frac{0{,}6736\ldots \times b}{0{,}7071\ldots \times a} \cdot \frac{R'}{R}$, af den Kraft, som maae anvendes ved den kredsformige, og denne Fordeel kunde blive betydeligere, naar Forholdet $\frac{a}{b}$ blev större.

2° Men derimod kan man ikke sætte $R = R'$; thi foruden den egentlige Last *R*, foraarsages her en dobbelt Friction;

som ikke har Sted ved den sædvanlige Krumtap; nemlig baade ved Axen C, medens Krumtappen skydes frem eller tilbage, og i Kanalen FDE, formedelst Bevægelsen af Valsen D, og disse Frictioner ere saa betydelige, at de bör videre undersöges, og om mueligt, angives.

Fig. 6 PCp er Krnmtappen, og ved P virker en Kraft $= R$, hvis Direction og Störrelse forestilles ved PQ. Man seer tydelig, at i denne Stilling af Krumtappen den Deel af Kraften PQ, som virker lodret paa PC er $= \frac{RP}{PQ}. R$, og at det er denne Deel, som foraarsager Pression paa C.

Formedelst Liigheden af Trianglerne $PRQ \backsim PMC$ er

$$RP : PQ = MP : CP$$

$$\text{fölgelig } \frac{RP}{PQ}. R = \frac{MP}{CP}. R = \frac{y}{\sqrt{(y^2 + x^2)}}. R$$

Medens nu P bevæges fra P til S, gaaer Krumtappen tillige tilbage saa meget som $PT = ts$, og dette Stykke er den Vei, som vel maatte tilskrives Frictionen ved C. Lad derfor være $CP = z$, saa er $PT = ts = dz$; $PS = ds$; Frictionens Coefficient $= \varphi$; saa er Frictionen $= F' = \frac{y}{z}.\frac{dz}{ds}. Z\, \varphi'\, R$

$$= \varphi.\, y.\, R. \frac{dz}{ds}$$

Naar nu Ps er en elliptisk Bue; hvis halve store Axe $= a$, halve liden Axe $= b$; saa er: $y = \sqrt{\left(b^2 - \frac{b^2}{a^2}\, x^2\right)}$;

$z = \sqrt{(b^2 + (1 - \frac{b^2}{a^2})\, x^2)} = \sqrt{(b^2 + p\, x^2)}$; (naar igien $p = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$) og $dz = \frac{px\, dx}{\sqrt{(b^2 + px^2)}}$. Fremdeles sætter jeg Abscissen $= x$, hvorved forstaaes $a = 1$; og saaledes faaer man, naar man tager ds af det forrige (11 og 13)

$$F' = \frac{px\,\sqrt{((1-x).(b^2 - \frac{b^2}{a^2}\,x^2))}}{a\,\sqrt{(b^2 + px^2).(1 - \frac{1}{2}\,px^2 - \frac{1}{4}\,p^2\,x^4 - \ldots)}}\,.\,\varphi.\,R$$

$$= \frac{b.\,p.\,x.\,\sqrt{((1-x).(1-x^2))}}{\sqrt{(b^2 + a^2\,px^2).(1 - \frac{1}{2}px^2 - \frac{1}{4}p^2\,x^4 - \ldots)}}\,.\,\varphi.\,R.$$

Ikke blot Kraften R foraarsager Pression ved C, men ogsaa Kraften P, som stræber at dreie Axen, har samme Virkning, og den, deraf foranledigede Friction kan sættes liig den forrige, saa at den hele Friction ved C er $=$

$$F = \frac{2.\,b.\,p.\,x.\,\sqrt{((1-x).(1-x^2))}}{\sqrt{(b^2 + a^2\,p.\,x^2).(1 - \frac{1}{2}\,px^2 - \frac{1}{4}\,p^2\,x^4 - \ldots)}}\,.\,\varphi.\,R.$$

Man seer, at F forandrer sig med x, og bliver $= o$; 1°. naar $x = 1$; og 2° naar $x = o$; begge som det bör at være, thi naar CP er enten vertikal eller horizontal, saa har ingen skydende Bevægelse ved C Sted, fölgelig heller ingen Friction.

Nu vil jeg beregne denne Friction for den Stilling af Krumtappen, hvor den bliver störst, d. e. naar $x = \frac{1}{2}$. og tager igien $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, altsaa $p = \frac{5}{9}$, og $\varphi = \frac{1}{2}$. Man har da

$$F = \frac{2.\,\frac{2}{3}.\,\frac{5}{9}.\,\frac{1}{2}.\,\sqrt{((1-\frac{1}{2}).(1-\frac{1}{4}))}}{\sqrt{(\frac{4}{9} + \frac{5}{9}.\,\frac{1}{4}).(1 - \frac{1}{2}.\,\frac{5}{9}.\,\frac{1}{4} - \frac{1}{4}.\,\frac{25}{81}.\,\frac{1}{16} - ..)}}\,.\,\frac{1}{2}\,R$$

$$= \frac{\frac{10}{27}\,\sqrt{\frac{3}{8}}}{\sqrt{\frac{21}{36}}.\,(1 - \frac{5}{72} - \frac{25}{5184} - \ldots)}\,.\,\frac{1}{2}\,R$$

$$= 0{,}16042\ldots \times R.$$

Her tages $b = \frac{2}{3}$, fordi $a = 1$, men Æquationens Dannelse giver, at man ligesaavel kunde tage $b = 2$.

At $\varphi = \frac{1}{2}$ og ikke $= \frac{1}{3}$, troer jeg at kunne forsvares, deels af Erfaringen, som ikkun giver $\varphi = \frac{1}{3}$ naar Fladerne ere glatte, hvilket her ikke gandske kan antages, og deels deraf, at det altid er raadeligt, at beregne deslige Hindringer heller for store end for smaae.

Imod Kanalen ps foraarsages en dobbelt Friction. Den förste bevirkes opad imod den indre Flade GIH Fig. 5, derved, at Cp skydes tilbage, medens P bevæges imod s. Pressionen er da $= rP$, for hvilket det vel er tilladt at skrive zR, for at reducere alt paa R, endskiöndt man ikke overalt har $rP = zR$. Men af denne Pression virker kun en Deel lodret, som jeg bestemmer saaledes.

Forelöbig bemærker jeg, at naar $Ce = m$, saa er Diametren af Kredsen $eps = 2\,a = \frac{m^2 + (a - b + m)^2}{a - b + m}$ og det Stykke $Cc = \frac{(a - b + m)^2 - m^2}{2\,(a - b + m)} = \beta$

Lad nu den halve Diagonal af Axen være $= u, Cp = z$, og Frictionens Coefficient $= \psi$; fremdeles $cCp = \eta = pqr$, og den Deel af Kraften, som trykker lodret paa ps er fölgelig (naar den hele Kraft udtrykkes ved pq)

$$= rp = pq.\ \sin.\ \eta$$

fremdeles er $Cc : cp = \sin.\ \eta : \sin.\ \gamma = \sin.\ \eta : \frac{CM}{CP}$

fölgelig $\sin.\ \eta = \frac{Cc}{cp} = \frac{CM}{CP} = \frac{\beta}{a} \cdot \frac{x}{z}$

derfor er $rp = pq.\ \sin.\ \eta = \frac{z}{u}.\ R.\ \frac{\beta}{a} \cdot \frac{x}{z} = \frac{\beta\, x}{a.\, u}\ R$

Nu ere Distancerne fra C, hvori Kraft og Friction virke $= u : z$; og derfor Frictionen opad $=$

$$\mathfrak{F} = \frac{\beta.\, x}{a.\, z} \cdot \psi.\ R.$$

Den anden Friction bevirkes nedad: Pressionen er her

$$= \frac{RQ}{PQ} R = \frac{x}{z} \cdot R.$$

For Kortheds Skyld antager jeg, at den ydre Flade FDE, Fig. 6, hvorimod denne Pression udöves, er af samme Störrelse som den

indre, eller at α, β beholde samme Værdie. Naar da den hele Pression udtrykkes ved op, saa er den Deel, som virker lodret paa ps, her $= pn = op.$ Cosin. $\eta = op. \sqrt{(1 - \sin.\ \eta^2)}$
$= op. \sqrt{(1 - (\frac{\beta\ x}{\alpha\ z})^2)}$

og Frictionen nedad $= \mathfrak{F}' = \frac{x}{z} \sqrt{(1 - (\frac{\beta.\ x}{\alpha.\ z})^2)}.\ \psi.\ R$

Begge Frictioner tilsammen ere da $=$

$$\mathfrak{F} + \mathfrak{F}' = \left(\frac{\beta.\ x}{\alpha.\ \mathfrak{z}.} + \frac{x}{z} \sqrt{(1 - (\frac{\beta.\ x}{\alpha.\ z})^2)} \right).\ \psi\ R$$

Her er nu: $\mathfrak{z} = a + m - z$ og $z = \sqrt{(y^2 + x^2)} = \sqrt{(b^2 + px^2)}$

$$\text{fölgelig: } \mathfrak{F} + \mathfrak{F}' = \left(\frac{\beta}{\alpha\ (a + m - \sqrt{(b^2 + px^2)})} + \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{\beta^2\ x^2}{\alpha^2.\ (b^2 + px^2)}\right)}}{\sqrt{(b^2 + p.\ x^2)}} \right) x.\ \psi\ R$$

Værdien heraf vil jeg nu ogsaa angive i Tal for det Tilfælde da $x = \frac{1}{2}\ a$, naar igien $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, og $\psi = \frac{1}{8}$. Man faaer,

$$\alpha = \tfrac{1}{2}.\ \frac{1 + (3 + 1 - 2)^2}{3 + 1 - 2} = \tfrac{1}{2}.\frac{1 + 4}{2} = \tfrac{5}{4}$$

$$\beta = \tfrac{1}{2}.\ \frac{(3 + 1 - 2)^2 - 1}{3 + 1 - 2} = \tfrac{1}{2}.\frac{4 - 1}{2} = \tfrac{3}{4}$$

$$\mathfrak{F} + \mathfrak{F}' = \left(\tfrac{3}{5} : (3 + 1 - \sqrt{(4 + \tfrac{5}{3}.\tfrac{9}{4})}) + \sqrt{(1 - \tfrac{9}{25}.\ \frac{9}{4(4 + \frac{5}{4})})} \right).$$

$$\tfrac{3}{2}.\ \tfrac{1}{8}.\ R = \left(\frac{3}{8,545\ldots} + \sqrt{(\frac{592}{3675})} \right).\ \tfrac{3}{16}\ R$$

$$= 0{,}141082\ldots \times R.$$

Den hele Friction er derfor $=$
$F + \mathfrak{F} + \mathfrak{F}' = (0{,}16042\ldots + 0{,}141082\ldots).\ R = 0{,}301502\ldots \times R.$

16.

Ved den elliptiske Krumtap er Modstanden fölgelig $= (0{,}637\ldots + 0{,}3015\ldots)\ R$ naar den er $= 0{,}637\ldots \times R$ ved den sædvanlige kredsformige. Til sammes Overvindelse behöves en

$$\text{Kraft} = \frac{0{,}9385\ldots \times 0{,}6736\ldots}{0{,}637\ldots} = 0{,}991645\ldots$$

Og nu forholde sig Kræfterne ved begge Slags Krumtapper

$$= 0{,}991645\ldots \times b = 0{,}7071068\ldots \times a$$
$$= 0{,}66109\ldots \qquad = 0{,}7071068\ldots$$

ved den elliptiske Krumtap er da:

Kraft : Modstand $=$ 0,66109 . . . : 0,637... $=$ 10 : 9,643

Sammenlignes dette med det forhen (13.) fundne Forhold, saa viser det sig vel, at den nye tilkomne Friction absorberer den störste Deel af den Fordeel, som fremkommer af de forskiellige Distancer *a* og *b*, hvori Modstanden findes anbragt; men ogsaa, at den ved den sædvanlige Krumtap nödvendige Overvægt desuagtet bliver næsten aldeles overflödig, en Fordeel som synes vigtig nok i Maskineriet.

Det synes mig at den Maade, hvorpaa jeg (14.) har foreslaaet at indrette den elliptiske Krumtap, og som er forestillet ved en noget större Tegning Fig. 7., ikke har sönderlig Vanskelighed i Udövelsen, hvilken dog vilde have meget væsentlige Fordele deraf. Thi foruden den Fordeel, som jeg i det forestaaende har sögt at bevise, har den elliptiske Krumtap endnu en anden, gandske unægtelig deri, at Stangen *MT* Fig. 7 bliver mindre skraa, eller Vinklen *OMT* (naar den er störst, d. e. naar Krumtappen staaer horizontal) bliver mindre, jo mindre Ellipsens liden Axe er. Det er bekiendt nok, hvor skadelig denne Vinkel er ved alle Maskiner, især ved Pumpe-Værker, ikke saavel for Tabet af Kraften, som foraarsages derved, endskiöndt dette ikke heller er at tilsidesætte, som for Maskinens Varighed, og at man derfor regner iblandt de smukkeste og nyttigste mechaniske Opfindelser den af *Bulton* saa kaldte — *parallel motion.* Det er mig da vel tilladt, at anföre denne Omstændighed i Faveur af mit Forslag, som jeg sluttelig önsker at maatte fortiene Anvendelse.

Fig:1.

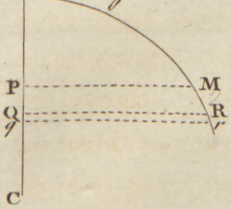


Fig: 2.

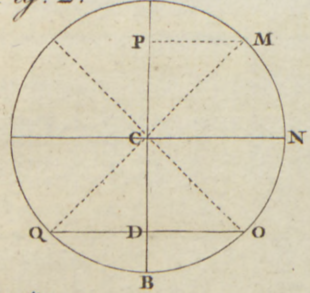


Fig: 3.

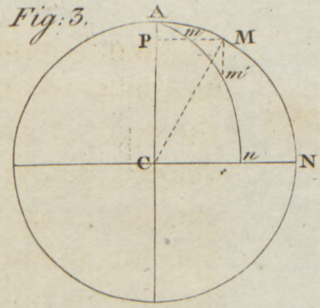


Fig: 4.

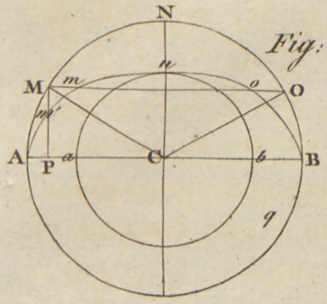


Fig: 6.

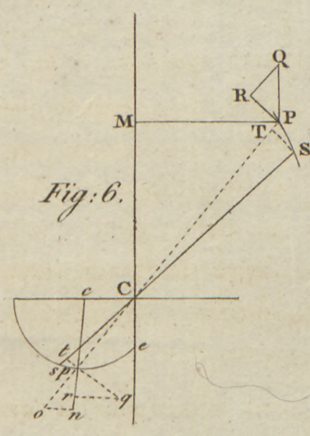


Fig: 5.

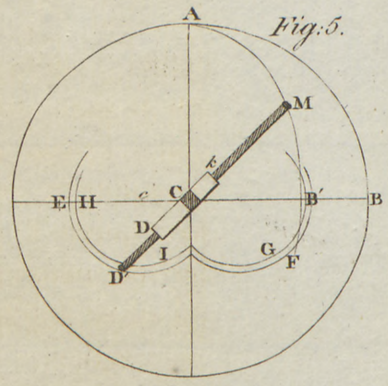
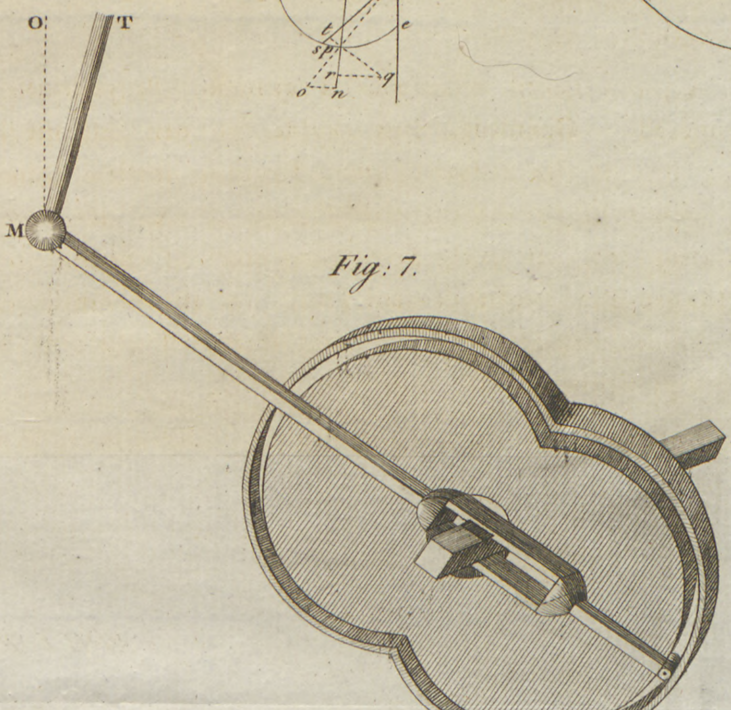


Fig: 7.



6 Binds 1 Hefte.

G. N. Angelo fc.